Kvantitatívna teória manažmentu podnikov ako unimodálnych systémov (1)

V článku sa demonštruje pokus zaviesť kvantitatívne matematické postupy do problematiky vstupu manažmentu do riadenia podnikov. Bázou pre takýto počin je predpoklad, že v podstate všetky dostatočne veľké podniky možno zaradiť do kategórie tzv. unimodálnych systémov charakterizovaných dvoma činiteľmi určujúcimi dynamiku ich rozvoja, a to činiteľom autokatalytického rastu a činiteľom limitujúcim ich neobmedzený rast.

Ako ukázal Verhulst, tieto dva činitele možno simulovať jednoduchými matematickými funkciami; J. M. Feigenbaum metódou tzv. renormalizačnej grupy dokázal, že výsledky získané takýmto postupom majú všeobecnú platnosť bez ohľadu na to, aký konkrétny tvar tieto funkcie majú. To poskytuje šancu na získanie možnosti praktického prognózovania vývoja podnikov pre konkrétne typy manažmentu; napríklad aká veľká dotácia je potrebná, aby sa naštartoval upadajúci podnik. Ukazuje sa, že príliš intenzívny manažment dokáže podnik poškodiť. Zaujímavý záver je tiež, že jednorazová dotácia do podniku nezvýši jeho konečné výsledky, iba urýchli ich dosiahnutie.

S pokusmi o používanie kvantitatívnych matematických metód v oblasti ekonómie a manažmentu sa v poslednom čase stretávame veľmi často (pozri napr. práce [1 – 4]). Išlo v nich predovšetkým o objasňovanie dosť záhadných ekonomických „oscilácií" (napr. v prácach [5 – 8]), ba aj o snahy o koncipovanie samostatnej interdisciplíny pod názvom ekonofyzika (napr. v práci [9]). Mimoriadnu pozornosť venovala týmto trendom najmä prudko sa rozvíjajúca vedná oblasť s názvom synergetika, ktorú oficiálne koncipoval H. Haken (pozri napr. práce [10, 11]). Aj v našej literatúre sa už objavili publikácie s takýmto zameraním – svedčia o tom napr. publikácie [12, 13].

Všeobecne však možno konštatovať, že vo všetkých uvedených prípadoch išlo vždy len o určité parciálne príspevky k problematike, účelne vytrhnuté z nesmierne širokej oblasti „komplexných systémov". Doteraz tu chýbal pokus o určitý frontálny prístup ku kvantitatívnemu spracovaniu dynamiky procesov, ktoré determinujú chod vyspelej spoločnosti. Náznaky takéhoto prístupu možno nájsť napríklad v publikácii M. Mitchellovej Complexity – A Guided Tour [14]. V nej sa v podstate tiež len veľmi okrajovo definuje kategória tzv. unimodálnych systémov. Ukazuje sa, že takáto kategória systémov je definovaná natoľko všeobecnými charakteristikami, že okrem jednoduchých systémov z anorganického a biologického sveta v podstate zahŕňa aj všetky reálne fungujúce ekonomické a manažérske systémy. Spomenuté dve základné charakteristiky sú – zjednodušene povedané – charakteristiky, ktoré determinujú rast systémov (s ohľadom na určitý charakteristický parameter) a jeho útlm (v dôsledku objektívnych činiteľov). Závislosť tohto parametra od času vykazuje najprv rast a potom pokles, takže má jeden „hrb" – aj preto sa niekedy tieto systémy nazývajú „jednohrbé" systémy. V matematickom jazyku sa však častejšie označujú ako systémy s parabolickou časovou charakteristikou. V tomto texte ich zásadne budeme označovať ako unimodálne systémy.

Rast unimodálnych systémov má „autokatalytickú" povahu, čo značí, že čím väčšia je hodnota charakteristického parametra, tým väčší príspevok k jeho veľkosti možno vývojom očakávať. Ilustratívnym príkladom takého rastu sú biologické systémy – čím je viac „rodičov", tým viac potomstva možno očakávať. To však platí aj pre anorganické systémy, napríklad pri výboji v plyne vzniká tým viac nových voľných elektrónov, čím viac ich už je. Podobný fenomén možno pozorovať aj v sociálnych systémoch, napr. vo výrobných podnikoch sa očakáva tým väčší zisk, čím s väčším kapitálom sa do podnikania vstupuje. Tento fenomén možno matematicky všeobecne simulovať rovnicou

$$q_{n+1} = F_{qn} \qquad (1)$$

kde q_n je veľkosť charakteristického parametra v n-tom kroku evolúcie systému, q_{n+1} jeho veľkosť v $(n + 1)$-om kroku a F je príslušná funkcia intenzity rozvoja. V najjednoduchšom prípade môže mať táto funkcia povahu konštanty ($F = \lambda$), takže rovnicu (1) možno napísať v tvare:

$$q_{n+1} = \lambda q_n \qquad (2)$$

Ľahko možno dokázať, že táto (logistická) rovnica matematicky kvantifikuje známy Maltusov zákon vývoja (geometrickým radom).

Tlmiaci účinok na vývoj systémov je spravidla tiež tým väčší, čím viac sa už systém „rozrástol". Verhulst navrhol pre matematickú simuláciu tohto procesu funkciu

$$(1 - aq_n) \qquad (3)$$

kde a je nejaká (iná) charakteristická konštanta. Keďže obidva činitele pôsobia na systém paralelne, možno funkcie (2) a (3) spojiť do jedinej výslednej funkcie a všeobecnú evolučnú rovnicu systému zapísať v tvare:

$$q_{n+1} = \lambda q_n (1 - aq_n) \qquad (4)$$

Je zaujímavé, že už aj táto najjednoduchšia simulácia vývoja unimodálnych systémov ovládaná dvoma „riadiacimi" konštantami poskytuje dva veľmi významné netriviálne výstupy:

1. vznik saturovaného stavu,
2. existenciu scenára vývoja s postupným rozdvojovaním stacionárnych stavov.

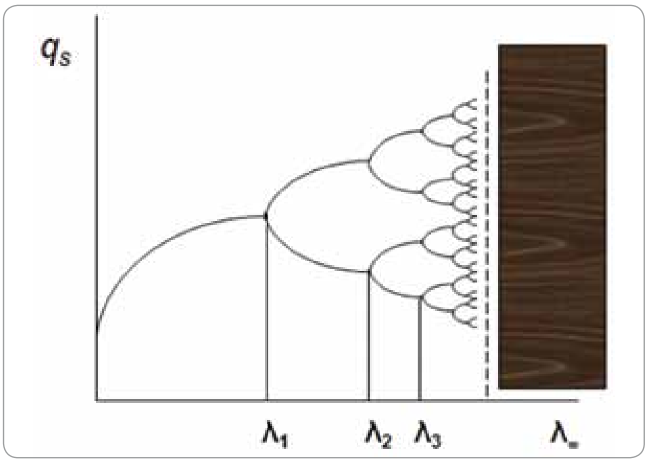
Saturácia je definovaná podmienkou $q_{n+1} = q_n$. Pri jej splnení vyplýva z rovnice (4) vzťah pre ustálený stav parametra q. Je vyjadrený funkciou:

$$q_s = \frac{1}{a\left(1 - \frac{1}{\lambda_0}\right)} \qquad (5)$$

Táto funkcia síce určuje ustálený stav, ale to neznačí, že takýto stav je aj stabilný, čiže odolný proti malým pokusom o jeho destabilizáciu. Ak faktor porušujúci stacionárnu hodnotu označíme symbolom δ a predpokladáme, že platia relácie $q_{n+1} = q_s + \delta_n + 1$, resp. $q_n = q_s + \delta_n$, relatívne náročnou analýzou prídeme k výsledku (pozri napr. [15, 16]), že hodnota parametra q_s určená funkciou (5) je stabilná len pre hodnoty konštanty λ z intervalu:

$$1 < \lambda < 3 \qquad (6)$$

Pri hraničnej hodnote $\lambda = 3$ sa systém aj pri výskyte minimálnej poruchy destabilizuje a principiálnou sa stáva otázka, na aký nový stav (či nové stavy) nabehne. Z podmienky, že musí platiť aj



Obr. 1 Scenár rozdvojovania stacionárnych stavov v unimodálnych systémoch

rovnosť $q_{n+2} = q_s$, by sme získali zaujímavý výsledok, a to, že miesto už nestabilného stavu určeného funkciou (5) sa vytvoria dva nové ustálené stavy, ktoré si udržia svoju stabilitu až do hodnoty $\lambda = 1 + \sqrt{6}$. Nad touto hodnotou sa už aj tieto dva stavy stanú nestabilnými a miesto nich sa objavia štyri nové stabilné stavy. Scenár rozdvojovania sa opakuje, až kým sa nedospeje k hodnote $\lambda = 3{,}5699$, nad ktorou sú už dovolené (samozrejme v určitom intervale) všetky možné stavy. Keďže potom už nemožno predpovedať, v ktorom z týchto stavov sa systém ocitne, hovoríme, že systém začal pracovať chaoticky. Sumárne je tento scenár schematicky znázornený na obr. 1.


Ilustračný obrázok

Feigenbaum vo svojich prácach [17, 18] dokázal, že takýto scenár postupného rozdvojovania platí pre všetky unimodálne systémy bez ohľadu na to, aké funkcie simulujú progresívny a regresívny režim systému. Otázka však je, či sa takéto javy v reálnom svete naozaj aj môžu vyskytovať. Prax potvrdzuje, že môžu, a to prakticky na všetkých úrovniach. Sú známe pokusy s rotujúcou kvapalinou [19], ktoré vynikajúco potvrdzujú „dvojkový“ scenár prechodu z laminárneho do turbulentného prúdenia. Vie sa už aj to, že Darwinov evolučný princíp sa zreteľne prejavuje v rozdvojovaní evolucionizujúcich systémov a vedci sa oprávnene domnievajú, že aj schizofrénia je príkladom takého rozdvojenia. Niet pochybností o tom, že tento scenár možno zreteľne pozorovať aj na sociálnej úrovni. Stačí si pripomenúť, ako sa vývojom rozdeľujú politické strany. Je preto celkom odôvodnené sa domnievať, že s podobným scenárom sa môžu stretnúť aj vlastníci výrobných podnikov a inštitúcií.

Spomínaný M. J. Feigenbaum sa však nezastavil len pri objavení postupného rozdvojovania stacionárnych stavov vo vývoji unimodálnych systémov, ale našiel v tomto procese aj ďalšie zaujímavé zákonitosti týkajúce sa bodov príslušných zvratov. Zistil, že tieto body determinované kritickými hodnotami riadiacej konštanty λ spĺňajú zaujímavý vzťah

$$\frac{\lambda_n - \lambda_{n-1}}{\lambda_{n+1} - \lambda_n} = 4{,}6692 = \tau_0 \qquad (7)$$

v ktorom sa číslo $\tau_0 = 4{,}6692$ na počesť svojho objaviteľa nazýva Feigenbaumova konštanta.

Keď sa hodnota riadiacej konštanty λ postupne mení, systém zákonite prechádza kvalitatívnymi zmenami, pričom časové intervaly medzi nimi možno uviesť do súvislosti s uvedenou konštantou. Ak si postupné narastanie konštanty λ uvedieme do vzťahu s plynúcim (lokálnym) časom vyjadreným približne lineárnou závislosťou

$$\lambda = Kt \qquad (8)$$

kde K je nejaká konštanta, môžeme vzťah (7) pretransformovať do relácie

$$\frac{t_n - t_{n-1}}{t_{n+1} - t_n} = \frac{\Delta t_m}{\Delta t_{m+1}} = \tau_0$$

z ktorej vyplýva zaujímavý výsledok (pozri napr. [20]).

$$\Delta t_{m+1} = \frac{1}{\tau_0} \Delta t_m \approx 0{,}213 \Delta t_m \qquad (9)$$

Ten hovorí, že každá nasledujúca kvalitatívna zmena vo vývoji unimodálnych systémov nastáva v τ_0 -krát zmenšenom časovom intervale. Tento jav možno dobre pozorovať aj pri skúmaní rozličných dominantných aspektov evolucionizujúcich systémov. S ohľadom na ekonomické hľadisko možno to dobre pozorovať na vývoji charakteristických „veľkoštruktúr“ ľudskej spoločnosti v Európe, dokumentovaných v nasledujúcej tabuľke.

Sociálne zriadenie	Časové trvanie (v rokoch)
Otrokárstvo	2 000
Nevoľníctvo	500
Kapitalizmus	150
Socializmus	30
Komunizmus (?)	0

Možno sa oprávnene domnievať, že analogický scenár vývoja by sa asi realizoval aj v podnikoch, ktoré by sa ponechali osudu spontánneho vývoja pri postupnom raste konštanty ´. Nás však teraz bude zaujímať otázka, ako sa tento scenár môže modifikovať, ak sa na spontánny vývoj začnú superponovať manažérske zásahy do vývoja podnikov.

Unimodálne systémy s manažmentom

Ústrednou veličinou vhodnou na charakterizovanie stavu podniku je voľný kapitál, t. j. suma finančných prostriedkov, ktorými disponuje majiteľ podniku pri realizovaní jeho chodu. Ak sa na podniky budeme pozerať ako na unimodálne systémy, potom pre uvedenú veličinu môžeme použiť rovnicu (4), ktorú napíšeme v tvare:

$$Q_{n+1} = \lambda Q_n (1 - AQ_n) \qquad (10)$$

Aby sme sa oslobodili od nutnosti všímať si zakaždým aj veľkosť podniku, dohodneme sa na tom, že v ďalších úvahách budeme narábať s kapitálom prepočítaným na jednotlivca, čiže zavedieme premennú $q = Q/N$, kde N je počet všetkých členov systému. Predelením rovnice (10) týmto počtom a označením $a = A/N$ ju dostaneme do tvaru:

$$q_{n+1} = \lambda q_n (1 - aq_n) \qquad (11)$$

Otázkou je, ako sa táto rovnica zmení, keď do podniku zavedieme manažérske zásahy. Poučení z vplyvu vonkajšieho šumu na skúmané procesy môžeme tieto zásahy rozdeliť na dve kategórie: aditívny a multiplikatívny manažment. Prvý typ sa prejaví v tom, že sa do systému zvonku priamo pridá nejaká dotácia kapitálu. Možno uvažovať o dvoch spôsoboch takého ovplyvňovania:

- (A1) – do systému sa vloží (na začiatku každej bilančnej etapy) konštantná suma na každého člena (označená ako B),
- (A2) – do systému sa vloží na každého člena určitá časť z kapitálu q, čiže suma bq.

Tak nám z rovnice (11) vzniknú dve rovnice:

$$\text{(A1)} \quad q_{n+1} = \lambda q_n (1 - aq_n) + B \qquad (12)$$

$$\text{(A2)} \quad q_{n+1} = \lambda q_n (1 - aq_n) + bq_n \qquad (13)$$

Je samozrejmé, že v praxi sa môže vyskytnúť aj množstvo iných variantov zásahu, napríklad nepravidelné dotácie s nerovnakými množstvami, ale – ako uvidíme – nebude nijaký problém zakomponovať to do celkovej kalkulácie.

Multiplikatívny zásah do systému značí, že sa pomocou vloženého kapitálu usilujeme zlepšiť životaschopnosť podniku, čiže priamo ovplyvniť koeficient λ (napr. školením zamestnancov, optimalizáciou skladby pracovníkov či štruktúry zamestnancov). V takom prípade môžeme pre koeficient λ použiť formulku

$$\lambda = \lambda_0 . (\lambda + kq_n) \qquad (14)$$

takže rovnica (11) nadobudne tvar

$$\text{(A3)} \quad q_{n+1} = \lambda_0 (1 + kq_n) q_n (1 - aq_n) \qquad (15)$$

Poznámka 1: Kvôli názornosti možno koeficient k vyjadriť ako súčin dvoch iných konštánt, (α, β) pričom veličina βq_n by potom značila časť kapitálu investovaného do zlepšenia životaschopnosti podniku a α by reprezentovalo určitý činiteľ transformácie kapitálu na dosiahnutie vyššej efektivity práce podniku. Je zrejmé, že hodnoty tohto činiteľa sa môžu stanoviť len na základe praktických skúseností.

Nie je problém nájsť explicitné výrazy pre ustálené hodnoty kapitálu q pre všetky tri uvedené prípady. Majú tvar:

$$\text{(A1)} \quad q_s = \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{a}\left(1-\frac{1}{\lambda_0}\right)+\sqrt{\frac{1}{a^2}\left(1-\frac{1}{\lambda_0}\right)^2+4\frac{B}{a\lambda_0}}\right\} \tag{16}$$

$$\text{(A2)} \quad q_s = \frac{1}{a}\left\{1 \quad \frac{1}{\lambda_0}+\frac{b}{\lambda_0}\right\} \tag{17}$$

$$\text{(A3)} \quad q_s = \frac{1}{2}\left\{\frac{k-a}{ak} \pm \sqrt{\left(\frac{k-a}{ak}\right)^2+\frac{4}{ak}\left(1-\frac{1}{\lambda_0}\right)}\right\} \tag{18}$$

Jednoduchšie, ako zaoberať sa týmito analytickými výrazmi, je dať si počítačom priamo zobraziť závislosť veličín q_n od počtu „krokov“ (čiže od počtu bilančných období), čím získame nielen priamo ustálené hodnoty a body nestability, ale aj detailný pohľad na fungovanie podniku v priebehu jeho vývoja.

Poznámka 2: Pri numerickom vyhodnocovaní treba mať na pamäti fakt, že ak v prípade (A3) nejde o sponzorský dar, potom kapitál q_n na pravej strane rovnice (15) treba znížiť o hodnotu βq_n.

Pri zobrazovaní vývoja funkcie q_n v závislosti od času treba, samozrejme, poznať hodnoty základných riadiacich konštánt λ aj a, ako aj ostatných konštánt vyplývajúcich z aplikácie manažmentu. Otázka je, ako nájsť ich hodnoty.

Odpoveď sa p okúsime nájsť v nasledujúcom pokračovaní seriálu, v ktorom sa budeme zaoberať praktickou realizáciou auditu podniku a uvedieme aj konkrétne výsledky.

Literatúra

[1] Day, R. H. – Ping Chen: Non-linear Dynamics and Evolution of Economics. New York: Oxford University 1993.
[2] Puu, T.: Non-linear Dynamics in Econ. and Chaotic Motion. Berlin: Springer V. 1997.
[3] Zhang, W. B.: Synergetic Economics. Berlin – Heidelberg: Springer V. 1991.
[4] Ivanička, K.: Synergetika a ekonomika. Bratislava: ELITA 1993.
[5] Goodwin, R. M., J. Econ. Beh. and Org. 7 (1986), 341.
[6] Lorenz, H. W.: Non-linear Dyn. Econ. and Chaotic Motion. Berlin: Springer V. 1993.
[7] Sterman, J. D.: System. Dynamics Rev. 2 (1986), 87.
[8] Andrašik, L. – Krempaský, J., Ekon. čas., 50 (2002), 1076.
[9] Aoyama et al.: Econophysics and Companies. New York: Cambridge V. Press 2010.
[10] Mikhailov, A. S.: Foundations of Synergetics I. Berlin – Heidelberg: Springer V. 1990.
[11] Haken, H.: Synergetics – An Introduction. Berlin – New York: Springer V. 1978.
[12] Prno, I.: Synergetika v ekonómii a manažmente. Bratislava: VEDA 2010.
[13] Kopčaj, A.: Spirálový management. Praha: ALFA Publ. 2010.
[14] Mitchell, M.: Complexity – A Guided Tour. Oxford Univ. Press 2009.
[15] Mikhailov, A. S. – Loskutov, A. V.: Foundations of Synergetics II. Berlin – Heidelberg: Springer V. 1991.
[16] Krempaský, J.: Synergetika. Bratislava: STU 1994.
[17] Feigenbaum, M. J., J. Stat. Phys. 19 (1978), 158.
[18] Feigenbaum, M. J., Physica 70 (1983), 16.
[19] Golub, J. P. and Swinney, H. L., Physics Today 31 (1978), 41.
[20] Kopčaj, A. and al.: Management a komplexita. Ostrava: CPIT 2010.

prof. RNDr. Július Krempaský, DrSc.

Slovenská technická univerzita v Bratislave
Fakulta elektrotechniky a informatiky
Ústav jadrového a fyzikálneho inžinierstva
julius.krempasky@stuba.sk

Ing. Ľuboš Polakovič, PhD.

LOTES Centrum, Bratislava
lubos.polakovic@lotescentrum.com